

# *Rilevazioni INVALSI II ciclo*

## *Dai risultati alle proposte didattiche*

### *MATEMATICA*

USR VENETO  
VERONA - 21 MARZO 2012

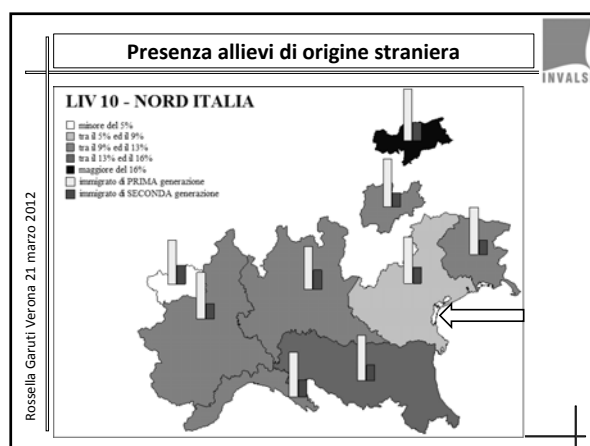
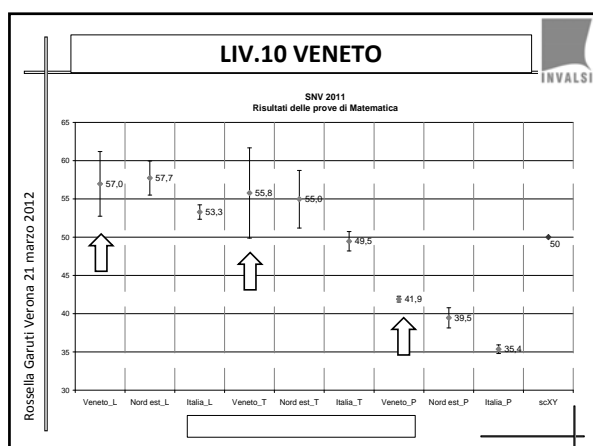
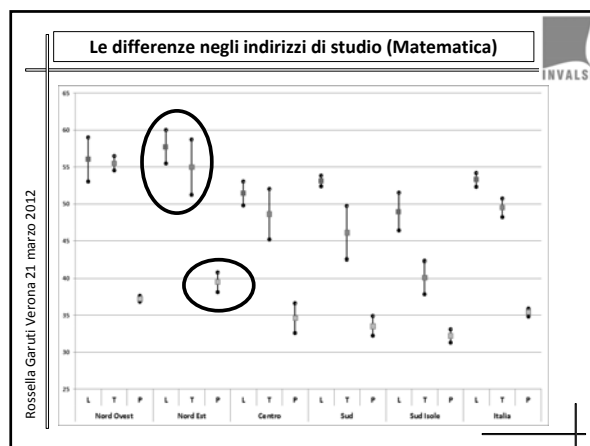
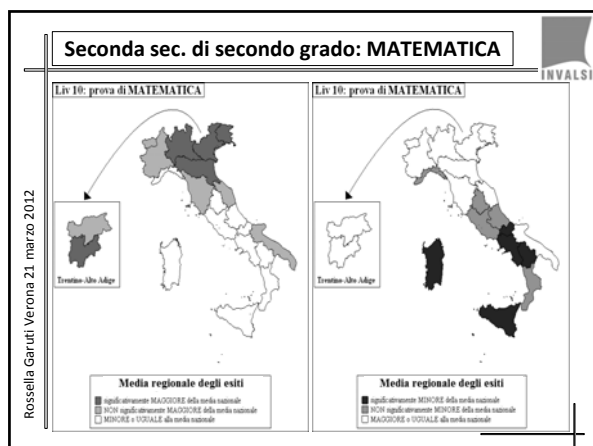
#### SCALETTA DELL'INTERVENTO

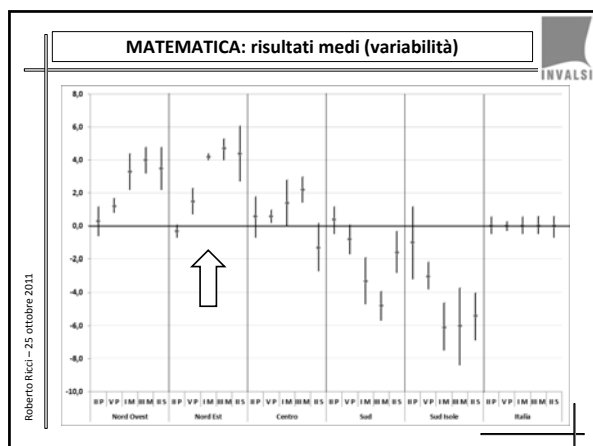
1. Uno sguardo ai risultati nazionali in matematica
2. Il quadro di riferimento per la matematica
3. Le prove: costruzione e validazione
4. Punti forti e punti deboli
5. Un ambito: Relazioni e funzioni

## **1. Uno sguardo ai risultati nazionali in MATEMATICA**

#### Percentuali di risposte corrette nelle prove SNV e PN

CLASSE	ITALIANO	MATEMATICA
II primaria	69,2 (0,31)	60,3 (0,31)
V primaria	73,1 (0,20)	68,4 (0,15)
I sec. di I gr.	62,4 (0,20)	46,6 (0,31)
III sec. di I gr.	66,4 (0,46)	56,1 (0,31)
II sec. di II gr.	69,8 (0,26)	47,9 (0,32)





**2. Il quadro di riferimento di MATEMATICA**

Rossella Garuti Verona 21 marzo 2012

**Le rilevazioni degli apprendimenti**

***cosa ci dicono***

- Le competenze dei nostri studenti ad es. in lettura, matematica,
- Le differenze negli apprendimenti su base territoriale (macro-aree)
- La grande varianza tra scuola e scuola a parità di condizioni

***cosa non ci dicono***

- I progressi compiuti dai ragazzi nel corso della loro carriera scolastica all'interno di ogni singola scuola
- I processi attivati dalle singole scuole per migliorare i livelli di apprendimento degli studenti

Rossella Garuti Verona 21 marzo 2012

**Il Quadro di Riferimento INVALSI**

definisce

**quale matematica viene valutata**

e

**come viene valutata**

Rossella Garuti Verona 21 marzo 2012

Rossella Garuti Verona 21 marzo 2012

## Il Quadro di Riferimento INVALSI

↓

I quesiti devono quindi fare riferimento alla **matematica come strumento di pensiero** e alla **matematica come disciplina con un proprio specifico statuto epistemologico**.

- non devono valutare gli **obiettivi minimi**;
- non devono limitarsi a valutare l'apprendimento della **matematica utile**;
- non si propongono di valorizzare l'**addestramento "meccanico"** o l'**apprendimento mnemonico**;
- Devono consentire di "sgranare" gli studenti su un'ampia scala individuando sia le carenze sia le eccellenze

INVALSI

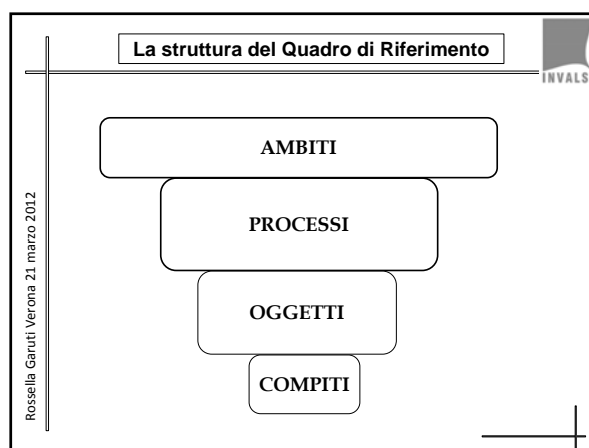
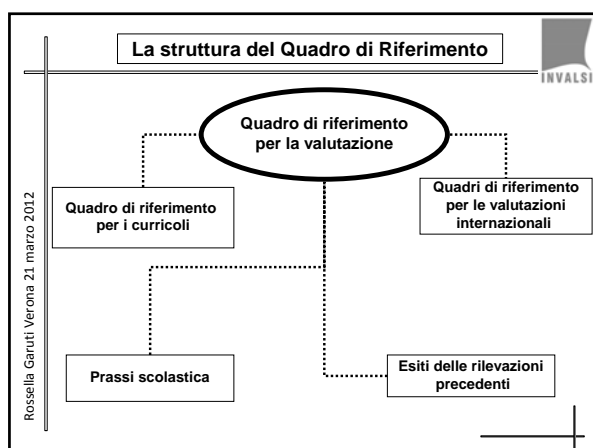
Rossella Garuti Verona 21 marzo 2012

## Il Quadro di Riferimento INVALSI

- E' preparato da un gruppo di lavoro composto da **insegnanti, dirigenti, ricercatori ed esperti**.
- E' un **documento aperto**, che si evolve sulla base di diversi elementi:
  - l'**esperienza** che via via si sta accumulando con le prove,
  - la **riflessione** e lo **studio** dei loro **risultati**,
  - le **osservazioni** degli **insegnanti**.

**L'obiettivo è di fornire strumenti chiari ed efficaci sia per chi prepara le prove, sia per chi legge e utilizza i risultati.**

INVALSI



Rossella Garuti Verona 21 marzo 2012

GLI AMBITI			
QdR INVALSI	Indicazioni per il curriculum	OCSE-PISA (idee chiave)	TIMSS (domini di contenuto)
<b>Numeri</b>	<b>Numeri</b>	Quantità	Numero
<b>Spazio e figure</b>	<b>Spazio e figure</b>	Spazio e forma	Geometria
<b>Relazioni e funzioni</b>	<b>Relazioni e funzioni</b>	Cambiamenti e relazioni	Algebra
<b>Dati e previsioni</b>	<b>Misure, dati e previsioni</b>	Incertezza	Dati e caso

I processi delle prove di valutazione INVALSI


1. Conoscere e padroneggiare **contenuti specifici** della matematica (*oggetti matematici, proprietà, strutture ...*)
2. Conoscere e padroneggiare **algoritmi e procedure** (*in ambito aritmetico, geometrico ...*)
3. Conoscere e utilizzare **diverse forme di rappresentazione** e saper passare da una all'altra (*verbale, scritta, simbolica, grafica, tabellare, ...*)
4. **Saper risolvere problemi** utilizzando gli strumenti della matematica (*individuare e collegare informazioni utili, confrontare strategie di risoluzione, individuare schemi, esporre il procedimento risolutivo, ...*)
5. Riconoscere in contesto il **carattere misurabile** di oggetti e fenomeni e saper utilizzare strumenti (*stimare una misura, individuare l'unità di misura appropriata, ...*)

I processi delle prove di valutazione INVALSI

6. Acquisire progressivamente **forme tipiche del pensiero matematico** (*congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...*)
7. Utilizzare la matematica appresa per il **trattamento quantitativo dell'informazione** in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (*descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno con strumenti statistici o funzioni, costruire un modello ...*)
8. Saper riconoscere le **forme nello spazio** (*riconoscere forme in diverse rappresentazioni, individuare relazioni tra forme, immagini o rappresentazioni visive, visualizzare oggetti tridimensionali a partire da una rappresentazione bidimensionale e, viceversa, rappresentare sul piano una figura solida, saper cogliere le proprietà degli oggetti e le loro relative posizioni, ...*)

Un esempio di classificazione

D22. Scrivi la formula che esprime il perimetro  $p$  del triangolo isoscele in figura in funzione di  $a$ .



$p = \dots\dots\dots$

PN ESAME DI STATO 2010

**AMBITO:** Relazioni e funzioni

**PROCESSO COGNITIVO:**  
Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra (verbale, scritta, simbolica,

**OGGETTO DI VALUTAZIONE:**  
Rappresentazione di funzioni attraverso espressioni algebriche

**COMPITO:** Scrivere una formula che esprime la relazione fra lato e perimetro di un triangolo isoscele

Rossella Garuti Verona 21 marzo 2012

Rossella Garuti Verona 21 marzo 2012

### Le tipologie di quesiti

**A risposta chiusa**

- a risposta multipla (con quattro distrattori)
- A risposta multipla complessa (Vero-Falso)

**A risposta aperta**

- aperta univoca: quando la risposta corretta è una sola (ad es. il risultato di una serie di calcoli).
- aperta articolata: quando la risposta corretta richiede un minimo di spiegazione (ad esempio spiegare o giustificare un procedimento).

INVALSI

Rossella Garuti Verona 21 marzo 2012

### 3. Le prove: costruzione e validazione

INVALSI

Rossella Garuti Verona 21 marzo 2012

### Gli autori delle prove

- La costruzione delle prove oggettive standardizzate richiede un grosso sforzo per individuare le domande più adeguate sia in termini di rispondenza al QdR sia rispetto alla formulazione e alla capacità misuratoria dal punto di vista tecnico-statistico.
- Per realizzare il difficile compito di reperire un grosso numero di domande di elevata qualità, l'INVALSI si avvale della fondamentale collaborazione di oltre 200 docenti ed esperti provenienti dal mondo della scuola.
- La decisione dell'INVALSI di rivolgersi ad una così ampia platea di docenti ed esperti si è rivelata strategica poiché si è dimostrato che solo chi opera direttamente nel mondo delle scuole è in grado di formulare domande adeguate e significative.

INVALSI

Rossella Garuti Verona 21 marzo 2012

### Gli autori delle prove (2009-2010)

**Autunno 2008** - lettera alle Associazioni (Mathesis, Animat, NRD,...)

**Febbraio 2009** - seminario insegnanti:

- Quadro di Riferimento
- Guida operativa

**Aprile 2009:** domande arrivate

	N	SF	RF	MDP	TOT
2 elementare	98	30		30	158
5 elementare	113	77	17	64	271
3 media	86	143	69	57	355

**Totale 784**

INVALSI

**Gli autori delle prove (2010-2011)**

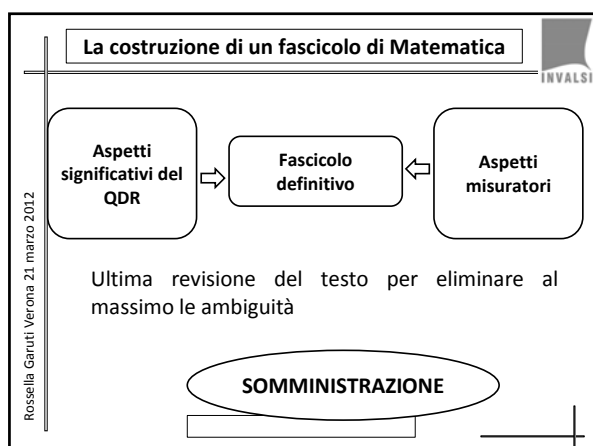
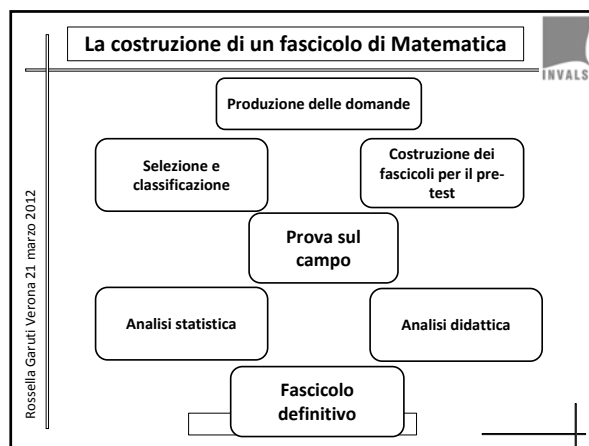
➤ **Febbraio 2010**- seminario insegnanti (I e II ciclo)

➤ **Giugno 2010** -le domande arrivate:

	N	SF	RF	MDP	TOT
2 elementare	60	21	2	35	118
5 elementare	109	78	22	47	256
3 media	101	155	116	72	444
2 superiore	202	314	287	141	944

**Totale 1762**

Rossella Garuti Verona 21 marzo 2012



**... e infine**

➤ **Griglia di correzione**: risposte corrette, indicazioni per la correzione delle risposte aperte articolate, classificazione.

➤ **Guida alla lettura**: commento didattico su ogni quesito

**RESTITUZIONE DEI RISULTATI**

➤ **ESTATE: RAPPORTO NAZIONALE**

➤ **AUTUNNO: RAPPORTO ALLE SCUOLE**

Rossella Garuti Verona 21 marzo 2012

Rossella Garuti Verona 21 marzo 2012

INVALSI

Un esempio di quesito: dal produttore al consumatore!

31

Rossella Garuti Verona 21 marzo 2012

INVALSI

**Quesito originale proposto dagli autori**

**PAUSA CAFFÈ**  
Lo scontrino riporta il prezzo che ho pagato per due caffè al bar.

Proposto per la II superiore

Nel prezzo di 1,70 € è compreso il costo base dei due caffè e il 10% di IVA. Come posso fare per sapere quanto ho pagato di IVA?

A)  $IVA = \frac{1,70 \cdot 100}{110}$   
B)  $IVA = \frac{1,70 \cdot 10}{110}$   
C) Non posso sapere quanto ho pagato di IVA se non è scritto sullo scontrino  
D) Devo risolvere l'equazione  $1,70 - 10x = x$   
E)  $IVA = \frac{1,70 \cdot 100}{90}$

Non è specificato cosa rappresenta la x

32

Rossella Garuti Verona 21 marzo 2012

INVALSI

**Quesito proposto nella Prova sul campo**

- Per l'acquisto di un computer sono stati spesi 420 €. Il prezzo è composto dal costo base più l'IVA pari al 20% del costo base. Quanto è stato pagato di IVA?
- Risposta: ..... euro

Risposte corrette 6,7%

**Quesito nel fascicolo definitivo**

D25. Per l'acquisto di un computer sono stati spesi 300 euro. Il prezzo è composto dal costo base più l'IVA, pari al 20% del costo base. Quanto è stato pagato di IVA?

Risposta: ..... euro

Risposte corrette 12,2%

33

Rossella Garuti Verona 21 marzo 2012

INVALSI

**4. Punti forti e punti deboli**

34



### Aspetti positivi

- Tutte le domande che riguardano la lettura e l'interpretazione di **grafici, tabelle** o entrambe ottengono buone percentuali di risposte corrette (oltre il 60%);
- Le **rappresentazioni geometriche** sono in genere correttamente interpretate (oltre il 50%)



### Aspetti critici

- Domande che richiedono **competenze di calcolo** sono tra le più basse del fascicolo (circa 12%) e questo a fronte del tempo dedicato alla scuola secondaria alle attività di calcolo numerico e algebrico.
- Il **calcolo simbolico** sembra essere un campo sintattico non comunicante con gli oggetti numerici. Nostri studenti non sono in grado di **usare l'algebra come strumento di pensiero**
- Le domande che richiedono una **stima numerica**, un'**approssimazione** un **ordine di grandezza** sono un'altra criticità. Ci dicono che bisogna prestare attenzione al **senso del numero** cioè alla capacità di controllare un risultato in base all'ordine di grandezza.
- Difficoltà a utilizzare il linguaggio matematico per esprimere relazioni fra grandezze. Semplici **modelli lineari**.



### Aspetti critici: le omissioni

- Nelle domande a **scelta multipla** le omissioni sono basse
- Nelle domande a **risposta aperta** il tasso di omissioni è decisamente alto, in particolare nelle domande a risposta **aperta articolata** dove abbiamo punte del 38% (D4) o del 43% (D23b)



### Le omissioni: un confronto

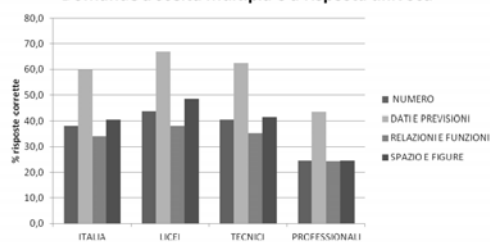
Liv.	risposta multipla		risposta aperta	
	2010 Media	2011 Media	2010 Media	2011 Media
Liv. 2	4,5%	1,92%	10,05%	6,46%
Liv. 5	2%	0,87%	6,78%	4,21%
Liv. 6	3,05%	1,72%	11,94%	7,41%
Liv. 8	1,95%	1,99%	18,85%	8,78%
Liv. 10	/	4,95%	/	21,37%



### Una riflessione

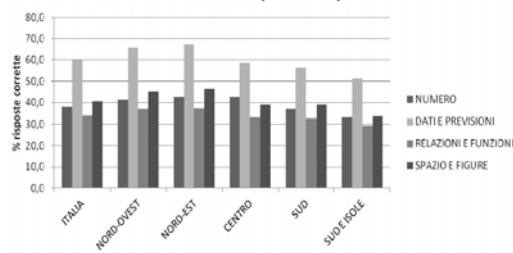
Colpisce il fatto che l'andamento dei risultati nei diversi ambiti **non si diversifica** se si scorrono i dati per area geografica o per tipologia di istituto

#### Domande a scelta multipla e a risposta univoca



### Per area geografica

#### Domande a scelta multipla e a risposta univoca



[http://www.invalsi.it/snv2012/documenti/Quaderni/Quaderni\\_SNV\\_N1\\_MAT.pdf](http://www.invalsi.it/snv2012/documenti/Quaderni/Quaderni_SNV_N1_MAT.pdf)

### 5. Un ambito: Relazioni e funzioni



### Dalle Indicazioni Nazionali

Obiettivo di studio sarà il linguaggio degli insiemi e delle funzioni (dominio, composizione, inversa, ecc.), anche per costruire semplici rappresentazioni di fenomeni e come primo passo all'introduzione del concetto di **modello matematico**.

[...]

Lo studente studierà le funzioni del tipo  $f(x) = ax + b$ ,  $f(x) = |x|$ ,  $f(x) = a/x$ ,  $f(x) = x^2$  sia intermini strettamente matematici sia in funzione della descrizione e soluzione di **problemi applicativi**.

[...]

Lo studente sarà in grado di passare agevolmente da un **registro di rappresentazione a un altro** (numerico, grafico, funzionale), anche utilizzando strumenti informatici per la rappresentazione dei dati.

Rossella Garuti Verona 21 marzo 2012

## Dai Curricoli UMI 2003

Il nucleo Relazioni e funzioni ha come contenuti principali le **funzioni elementari, le equazioni e le disequazioni**.  
[...]  
Uno dei maggiori obiettivi di questo nucleo è l'acquisizione del **"pensiero" funzionale**. Esso può essere favorito da una forte connessione fra il grafico di una funzione, l'interpretazione dell'andamento, il collegamento di questo con l'espressione algebrica della funzione, gli aspetti numerici e l'analisi di momenti di questo andamento che corrispondono agli zeri particolari.  
[...]  
La considerazione dei fenomeni a livello qualitativo deve diventare un'abitudine mentale a partire da semplici modelli lineari nel primo biennio (**matematizzazione**).

INVALSI

Rossella Garuti Verona 21 marzo 2012

## D13: la messa in formula

D13. L'insegnante di inglese dà ai suoi studenti un test formato da 25 domande e spiega che il punteggio totale  $p$  è calcolato assegnando 4 punti per ogni risposta esatta e togliendo 2 punti per ogni risposta sbagliata o mancante.

a. Il punteggio massimo possibile è ..... **100** .....

b. Scrivi la formula che fornisce il punteggio  $p$  complessivo, indicando con  $n$  il numero di risposte esatte.  
 $p = \dots\dots\dots p = 4n - 2(25 - n) = 6n - 50$

c. Se la sufficienza si ottiene con più di 60 punti, qual è il numero minimo di domande al quale occorre rispondere correttamente per avere la sufficienza?  
Risposta: ..... **19** .....

INVALSI

Rossella Garuti Verona 21 marzo 2012

Item	Mancata risposta	OPZIONI	
		Errata	Corretta
D13_a	5,0	6,0	89,0
D13_b	19,3	72,7	8,0
D13_c	10,2	78,5	11,3

**AMBITO PREVALENTE:** Relazioni e Funzioni  
**PROCESSO PREVALENTE:**  
**DOMANDA a e c:** risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (*individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...*)  
**DOMANDA b:** Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e passare da una all'altra (*verbale, scritta, simbolica, grafica, ...*)  
**COMPITO:** Costruire e interpretare formule. Saper identificare se un certo valore soddisfa una data equazione o formula  
**NUOVO OBBLIGO D'ISTRUZIONE:** Analizzare dati e interpretarli sviluppando deduzioni e ragionamenti sugli stessi.

INVALSI

Rossella Garuti Verona 21 marzo 2012

## D13. Risposte per tipologia di istituto

D13a	Om	Err	Corr	D13b	Om	Err	Corr
Licei	2,5	3,6	<b>94</b>	Licei	13,1	76,4	<b>10,5</b>
Tecnici	3,9	5,6	<b>90,5</b>	Tecnici	17,3	75	<b>7,7</b>
Prof.	11,4	11	<b>77,6</b>	Prof.	33,7	62,5	<b>3,7</b>

D13c	Om	Err	Corr
Licei	6,7	80,4	<b>10,5</b>
Tecnici	8,2	78,8	<b>12,9</b>
Prof.	19,6	74,4	<b>6,0</b>

INVALSI

## Quali difficoltà?

➤ La principale difficoltà consiste nel mettere in relazione il numero  $n$  di risposte esatte con il numero  $m$  di risposte errate o mancanti, conoscendo il numero totale delle domande. **Sembrano none essere in grado di esprimere la relazione  $m=25-n$ .**

➤ Nonostante tante attività di manipolazione sintattica di complicate espressioni gli studenti non sono in grado di **scrivere o manipolare l'espressione  $p = 4n - 2(25 - n) = 6n - 50$**

➤ Le risposte alla domanda c sono andate leggermente meglio: non era necessario costruire il modello e risolvere alcuna disequazione, si poteva procedere per tentativi



## Come interpretare il quesito?

La rappresentazione dei punteggi possibili è:

$$p = 4n - 2(25 - n) \text{ con } n \geq 0 \text{ e } n \leq 25$$

ossia  $p = 6n - 50$

Per superare la prova Il punteggio deve essere superiore a 60.

Per trovare il numero minimo di risposte esatte occorre Imporre che il punteggio, espresso mediante il numero di risposte corrette, sia maggiore di 60.

$p > 60$  su traduce in  $6n - 50 > 60$   
che si trasforma in  $6n > 110$ .

La soluzione  $n > 55/3$ , con approssimazione  $n > 18,3$ , va interpretata in riferimento alla situazione di gioco: il valore cercato  $n$  è il minimo intero maggiore di 18,3. il numero cercato è dunque 19



## La matematica è più di una tecnica

Apprendere la matematica significa conquistare l'attitudine ad un comportamento matematico.

(Freudenthal, ICME Lione, 1969)

L'attitudine a guardare alle cose in modo algebrico. Servirsi del linguaggio algebrico e degli oggetti dell'algebra per affrontare e risolvere problemi.

**Algebra come strumento di pensiero (Arzarello & al., 1994)**



## Symbol sense

Uno studio classico Arcavi, 1994, (For the Learning of Mathematics) Symbol sense: informal sense-making in formal mathematics

Sottolinea l'importanza che gli studenti raggiungano la consapevolezza che il linguaggio algebrico è un potente strumento per capire, esprimere e comunicare generalizzazioni, stabilire connessioni, produrre dimostrazioni. Propone una didattica dell'algebra finalizzata allo sviluppo del

## Symbol Sense



Rossella Garuti Verona 21 marzo 2012

**Symbol sense**

1. Acquisire familiarità con i simboli riconoscendo potenzialità e limiti (intuire quando ricorrere ad essi o, al contrario, quando abbandonarli per strumenti più efficienti)
2. Manipolare i simboli ponendosi su un piano interpretativo, esercitando un controllo sia a livello di significati possibili ed anche a livello metà, vagliando la loro espressività o inefficacia in relazione alla situazione in gioco.
3. Trasformare espressioni 'ad arte', non in modo automatico ma in relazione all'obiettivo da raggiungere.
4. Saper vedere nuovi significati in forme equivalenti di una data espressione

Rossella Garuti Verona 21 marzo 2012

**Symbol sense**

**Esempi:**

1. l'equivalenza tra le espressioni  $(2n+1)^2-1$  e  $4n(n+1)$  permette di concludere che l'antecedente del quadrato di un dispari è sempre un multiplo di 8 ;
2. l'equivalenza tra  $(2h-1)(2h+1)$  e  $(2h)^2-1$  porta a dire che il prodotto di due dispari consecutivi è l'antecedente del quadrato del pari compreso tra essi

Rossella Garuti Verona 21 marzo 2012

**D14. interpretazione di formule**

D14. L'insegnante chiede: "Se  $n$  è un numero naturale qualsiasi, cosa si ottiene addizionando i tre numeri  $2n+1$ ,  $2n-3$  e  $2n-5$ ?"  
 Mario afferma: "Si ottiene sempre il triplo di uno dei tre numeri".  
 Luisa risponde: "Si ottiene sempre un numero dispari".  
 Giovanni dice: "Si ottiene sempre un multiplo di 3".  
 Chi ha ragione?

☒ A. Tutti e tre  
☐ B. Solo Mario  
☐ C. Solo Luisa  
☐ D. Solo Giovanni

Gli studenti devono fare una "semplice" manipolazione algebrica e interpretare il risultato.

$$2n + 1 + 2n + 3 + 2n + 5 = 6n + 9 = 3(2n + 3).$$

Rossella Garuti Verona 21 marzo 2012

**D14. interpretazione di formule: modellizzazione**

**COMMENTO**  
 Per rispondere, gli studenti avrebbero potuto:  
 • utilizzare il calcolo letterale (un'addizione e una scomposizione mediante raccoglimento a fattor comune) riconoscendo nell'espressione  $3(2n + 3)$  un numero dispari;  
 • individuare, nei tre numeri dati, tre numeri dispari consecutivi e, pensando alla struttura della semiretta dei numeri naturali, riconoscere che la somma di tre numeri dispari consecutivi è il triplo del secondo numero.  
 La percentuale di risposte corrette è di poco inferiore al 15%. L'opzione C è stata quella più scelta ....

**AMBITO PREVALENTE:** Relazioni e Funzioni  
**PROCESSO PREVALENTE:** Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...)  
**COMPITO:** Saper interpretare una formula  
**NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE:** Utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico e algebrico

Item	Mancata risposta	OPZIONI			
		A	B	C	D
D14	2,1	14,6	8,4	68,0	8,9

## D14. Risposte per tipologia di istituto



D14	Om	A	B	C	D
Licei	1,4	<b>17,6</b>	6,4	68,3	6,3
Tecnici	1,9	<b>12,5</b>	7,4	72,0	6,2
Prof.	3,7	<b>11,7</b>	13,6	62,0	9,0

## PN 2011 Liv. 8

D2. L'insegnante chiede: "Che cosa succede se si aggiungono tre numeri dispari consecutivi?". Quattro studenti rispondono nel modo che vedi in tabella. Indica con una crocetta se le affermazioni fatte dagli studenti sono vere o false.

		Vero	Falso
a.	<u>Luca</u> : si ottiene sempre un numero dispari	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b.	<u>Giovanni</u> : si ottiene sempre un multiplo di tre	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c.	<u>Andrea</u> : si ottiene a volte un numero pari a volte un numero dispari	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
d.	<u>Paola</u> : si ottiene sempre il triplo di uno dei tre numeri	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Si chiede allo studente di valutare la validità di una affermazione sulle proprietà dei numeri naturali.

	Omiss	VERO	FALSO
D2a	1,2	<b>80,2</b>	18,6
D2b	1,7	<b>62,1</b>	36,2
D2c	1,8	20,1	<b>78,1</b>
D2d	2,6	<b>55,1</b>	42,3

## D24. Modellizzazione



D24. La formula  $l = l_0 + k \cdot P$  esprime la lunghezza  $l$  di una molla al variare del peso  $P$  applicato.  $l_0$  rappresenta la lunghezza in centimetri "a riposo" della molla;  $k$  indica di quanto si allunga in centimetri la molla quando si applica una unità di peso. Quale delle formule elencate si adatta meglio alla seguente descrizione: "È una molla molto lunga e molto resistente alla trazione"?

- ☐ A.  $l = 15 + 0,5 \cdot P$
- ☐ B.  $l = 75 + 7 \cdot P$
- ☒ C.  $l = 70 + 0,01 \cdot P$
- ☐ D.  $l = 60 + 6 \cdot P$

Item	Mancata risposta	OPZIONI			
		A	B	C	D
D24	11,8	8,1	33,2	<b>38,1</b>	8,9

## D14. Risposte per tipologia di istituto



D24	Om	A	B	C	D
Licei	10,9	7,1	33,2	<b>40,5</b>	8,3
Tecnici	9,6	8,1	31,3	<b>43,1</b>	7,9
Prof.	16,3	9,8	35,8	<b>26,5</b>	11,5

**COMMENTO**

Per rispondere alla domanda bisogna avere una certa confidenza con semplici modelli lineari di situazioni fisiche e saper associare, ai parametri "intercettata" e "pendenza" della funzione lineare che descrive l'andamento della "lunghezza" dell'oggetto osservato (in questo caso "fisiche" e "resistenza alla trazione" della molla).

La scelta dell'opzione B (uno studente su 3) è probabilmente dovuta all'erronea identificazione "alti valori di  $k$ , elevata resistenza alla trazione". Sarebbe invece opportuno, per rispondere a questa domanda, che questa affermazione per scartarlo. In ogni caso anche questa domanda come la D11 e la D13 suggeriscono una attenzione non ancora sufficiente della prassi didattica all'uso di semplici modelli.

Anche in questo caso, però, si deve considerare come nota positiva il fatto che quasi il 40% di studenti abbia risposto correttamente a un quesito non banale.

**AMBITO PREVALENTE:** Relazioni e Funzioni  
**PROCESSO PREVALENTE:** Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e passare da una all'altra (*verbale, scritta, simbolica, grafica, ...*)  
**COMPITO:** Identificare una formula che esprime relazioni fra grandezze in fatti e fenomeni  
**NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE:** Analizzare dati e interpretarli sviluppando deduzioni e ragionamenti sugli stessi.

PN 2011 Liv. 8

D17 - La formula  $L = L_0 + K \times P$  esprime la lunghezza  $L$  di una molla al variare del peso  $P$  applicato.  $L_0$  rappresenta la lunghezza in centimetri "a riposo" della molla;  $K$  indica di quanto si allunga in centimetri la molla quando le si applica una unità di peso.

Quale delle formule elencate si adatta meglio alla seguente descrizione:  
*"È una molla molto corta e molto dura (cioè molto resistente alla trazione)"?*

- ☐ A.  $L = 10 + 0,5 \times P$
- ☐ B.  $L = 10 + 7 \times P$
- ☐ C.  $L = 80 + 0,5 \times P$
- ☐ D.  $L = 80 + 7 \times P$

Item	Mancata risposta	A	B	C	D
D17	2.2	58.3	25.4	7.9	4.3

**PN 2011 Liv. 8**

| Risposta corretta

Lo studente deve collegare una formula che rappresenta un concetto con la definizione di una particolare mollica. Lo studente per rispondere deve interpretare correttamente il significato dei simboli  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $K$ . Tra le quattro formule, le prime tre individuano le tre molliche umane: lunghezza iniziale minore ( $A$  e  $B$ ) che rappresentano le molliche più corte e fra queste scegliere quella più resistente, che quindi si allunga di meno quando si applica una unità di peso. La formula  $A$  rappresenta una mollica che si allunga di 0,5 cm quando si applica l'unità di peso. Lo studente potrebbe essere attratto dalla formula  $B$  che ha il parametro  $K$  maggiore senza tener conto del significato di  $K$  così come viene descritto nella spiegazione della formula generale.

**AMBITO PREVALENTE**  
Relazioni e Funzioni

**COMPITO**  
Individuazione della formula corretta di una caratteristica espressa a parole

**OGGETTO DI VALUTAZIONE**  
Rappresentazione di fatti e fenomeni attraverso tabelle, grafici ed espressioni algebriche

**PROCESSO PREVALENTE**  
Utilizzare la matematica appresa per il trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzionali, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni, ...)

D11. La relazione seguente esprime la spesa annuale per l'automobile, composta da una parte fissa e da una parte proporzionale al numero di km percorsi:

$$\hat{S} = F + c \cdot k$$

dove  $F$  sono le spese fisse,  $c$  è il costo al km e  $k$  è il numero di km percorsi.

Nella tabella sono riportate le spese fisse e il costo al km per alcuni tipi di

	Auto A	Auto B	Auto C	Auto D
Prezzo di listino $P$	900 euro	580 euro	650 euro	1.200 euro
Costo al km $c$	0,25 euro/km	0,33 euro/km	0,27 euro/km	0,31 euro/km

a. Se percorro 10-100 km all'anno, quale auto è più conveniente?

- Se percorro 10.000 km all'anno, quale auto è più conveniente?
- ☐ A. L'auto A
- ☐ B. L'auto B
- ☐ C. L'auto C
- ☐ D. L'auto D

	Auto A	Auto B	Auto C	Auto D
Spese fixe $F$	900 euro	580 euro	650 euro	1.200 euro
Costo al km $c$	0,25 euro/km	0,33 euro/km	0,27 euro/km	0,31 euro/km

b. Il proprietario di un'auto di tipo A ha speso 3 000 euro in un anno. Quanti km ha percorso?

Expensas: **8400**.....

- c. Se confrontiamo un'auto di tipo B con una di tipo D, possiamo dire che
- ☐ A. è sempre più economico utilizzare l'auto di tipo B
- ☐ B. è sempre più economico utilizzare l'auto di tipo D
- ☐ C. l'auto di tipo B conviene fino a un certo numero di km annui, oltre questo numero conviene l'auto di tipo D
- ☐ D. l'auto di tipo D conviene fino a un certo numero di km annui, oltre questo numero conviene l'auto di tipo B

Item	Mancata risposta	OPZIONI			
		A	B	C	D
D11_a	2,1	16,1	16,9	61,2	3,7
D11_c	6,2	38,7	7,1	37,5	10,4

Item	Mancata risposta	OPZIONI	
		Errata	Corretta
D11 b	21.8	47.1	31.1

<b>SNV 2011 Liv. 10</b> <b>(II sec. di II grado)</b>	
<b>COMMENTO</b> Il quesito testa competenze di modellizzazione, in particolare uso di modelli lineari per effettuare scelte. Si può notare che la maggiore percentuale di risposte corrette si ha nell'item 11_a (sopra al 60%). Ciò non è strano, in quanto in esso richiedeva di eseguire una semplice espressione aritmetica che si poteva costruire moltiplicando il costo al km (fornito in tabella) per i numeri di km percorsi (10000, dato fornito nel testo) e aggiungendo la spesa fissa (fornita in tabella). Il modello lineare $S = F + ck$ può anche rimanere implicito nel processo risolutivo: non è richiesto, per rispondere, di lavorare nel registro simbolico.	<b>AMBITO PREVALENTE:</b> Relazioni e Funzioni <b>PROCESSO PREVALENTE:</b> Sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica ( <i>individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...</i> ) <b>COMPITO</b> Confrontare rappresentazioni diverse (tabelle, formule) di una funzione. Operare scelte sulla base dell'andamento di funzioni, di calcoli di funzioni date <b>NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE:</b> Utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico ed algebrico

## D27. Modellizzazione

D27. Carlotta, nel periodo di Natale, lavora come commessa in un negozio di calzature: guadagna 8 euro all'ora più una commissione del 5% sul ricavo totale delle scarpe che riesce a vendere. Quale formula esprime il suo guadagno  $g$ , se lavora  $h$  ore e vend scarpe per un valore totale di  $s$  euro?

☐ A.  $g = 8h + 0,05s$

☐ B.  $g = 8h + 0,5s$

☐ C.  $g = 5h + 8s$

☐ D.  $g = 8h + 5s$

Item	Mancata risposta	OPZIONI			
		A	B	C	D
D27	5,6	47,3	20,8	9,2	17,1

<b>D27. Modellizzazione</b>	
<b>COMMENTO</b> Per rispondere alla domanda lo studente deve avere una certa confidenza con semplici modelli lineari e conoscere il significato di percentuale. Le risposte a questa domanda sono andate meglio delle risposte ad altre domande che richiedevano l'uso di semplici modelli lineari, per esempio rispetto alla D24, formalmente simile. Il risultato ha anche aspetti positivi: quasi la metà degli studenti risponde correttamente a una domanda non semplice. Le quattro risposte hanno tutte la stessa struttura, dunque le competenze richieste riguardano solo la giusta collocazione dei termini "8 euro all'ora" e "5% sui ricavi" nell'espressione $ah+bs$ al posto di $a$ e $b$ . Se la risposta B può essere vista come un errore in fondo facilmente rimediabile, ben più preoccupanti sono quel 26.3% di risposte C e D: in questo caso gli studenti mostrano non tanto di sbagliare, quanto di non conoscere il significato del termine 5%, o perlomeno, di non averlo mai utilizzato in termini numerici.	<b>AMBITO PREVALENTE:</b> Relazioni e Funzioni <b>PROCESSO PREVALENTE:</b> Risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica ( <i>individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi...</i> ) <b>COMPITO:</b> Identificare una formula che esprime relazioni tra grandezze in fatti e fenomeni <b>NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE:</b> Individuare le strategie appropriate per la risoluzione di problemi

## D25. percentuali

D25. Per l'acquisto di un computer sono stati spesi 300 euro. Il prezzo è composto dal costo base più l'IVA, pari al 20% del costo base. Quanto è stato pagato di IVA?

Risposta: .....50..... euro

Item	Mancata risposta	OPZIONI	
		Errata	Corretta
D25	15,2	72,5	12,2



D25. percentuali

COMMENTO

Per rispondere lo studente deve sapere risolvere problemi diretti e inversi relativi al calcolo di percentuali. La capacità di costruire una equazione lineare utilizzando dati e richiesta del problema aiuta nella risoluzione. La percentuale di risposte corrette è inferiore al 15%.

Anche in questo, come in altri casi segnalati, la risposta può apparire a una prima analisi sorprendente: esercizi di risoluzione di equazioni e di semplici problemi di primo grado fanno parte della prassi didattica della scuola secondaria di primo grado e del primo anno della scuola secondaria di secondo grado; nonostante ciò solo uno studente su 8 risponde correttamente. Forse, però, c'è poca attenzione, nella prassi didattica, a trattare questo genere di problemi e, in particolare, a distinguere tra il calcolo del valore finale di una grandezza che aumenta del 20% (=prodotto per 1,2) e il calcolo del valore iniziale di una grandezza che è aumentata del 20% (=divisione per 1,2). Il passaggio dal modello *additivo* ( $x+20\%x$ ) al modello *moltiplicativo* ( $1,2x$ ) deve essere oggetto specifico di didattica, se si vuole registrare un reale aumento di competenze in problemi di questo tipo. Inoltre è solo passando al modello moltiplicativo che si può comprendere il modello di crescita e decrescita esponenziali.

È anche possibile che, in questo caso, abbiano giocato un ruolo le difficoltà che alcuni studenti in genere incontrano con le percentuali.

AMBITO PREVALENTE: Relazioni e Funzioni

PROCESSO PREVALENTE: Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (in ambito aritmetico, geometrico...)

COMPITO: Risolvere un problema inverso sulla percentuale utilizzando un'equazione

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE: Utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico e algebrico.

D26. Coordinamento di registri diversi

D26. Nelle prime due colonne di un foglio elettronico sono state calcolate alcune coppie di valori  $(x, y)$  di una funzione.

x	y
1	5
2	1
4	2
10	3
17	4
25	2
27	6

Quale tra le seguenti è la funzione di cui sono stati calcolati i valori  $(x, y)$ ?

☐ A.  $y = \sqrt{x} + 1$

☐ B.  $y = \sqrt{x+1}$

☐ C.  $y = \sqrt{x-1}$

☐ D.  $y = 1 + \sqrt{x}$

Item	Mancata risposta	OPZIONI			
		A	B	C	D
D26	6,9	10,9	18,0	53,5	10,7

D26. Coordinamento di registri diversi

COMMENTO

Per rispondere alla domanda lo studente deve essere in grado di effettuare conversioni tra due diversi registri di rappresentazione di una funzione: quello numerico, fornito mediante la tabella, e quello simbolico, fornito mediante la formula.

In particolare può limitarsi a sostituire, nelle formule date nelle varie opzioni, i valori numerici forniti nella tabella per riconoscere la scrittura simbolica che rappresenta correttamente i valori della tabella.

AMBITO PREVALENTE: Relazioni e Funzioni

PROCESSO PREVALENTE: Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e passare da una all'altra (verbale, scritta, simbolica, grafica, ...)

COMPITO: Calcolare coppie di valori di una funzione irrazionale data la formula

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE: Analizzare dati e interpretarli sviluppando deduzioni e ragionamenti sugli stessi, usando consapevolmente gli strumenti di calcolo e le potenzialità offerte da applicazioni specifiche di tipo informatico

D7. Il Signor Carlo scende dal tram all'incrocio di via Pietro Micca con via 20 Settembre (nella mappa che vedi qui sotto il punto è contrassegnato da un asterisco).

a. Il Signor Carlo percorre 150 metri di via 20 Settembre e, all'incrocio con via A.G.I. Berio, volta a destra rivolendo fino all'incrocio con via G. Botero. Quanti metri all'incirca ha percorso in tutto?

Risposta: ..... **600 m** .....

b. Qual è, all'incirca, la scala della mappa?

☐ A. 1:60

☐ B. 1:600

☐ C. 1:6000

☐ D. 1:60000

Item	Mancata risposta	OPZIONI			
		Errata	Corretta		
D7_a	11,9	57,6	30,5		

Item	Mancata risposta	OPZIONI			
		A	B	C	D
D7_b	5,9	33,1	30,6	24,8	5,7

## D7. Riduzioni in scala



### COMMENTO

Per rispondere correttamente servono competenze legate ai cambiamenti di scala e di unità di misura. Si tratta di argomenti che trovano ampi spazi nella prassi didattica delle scuole secondarie di primo grado e che talvolta vengono dati per scontati nelle scuole secondarie di secondo grado. La percentuale di risposte corrette è inferiore al 30% per l'item a) e di poco superiore al 30% per l'item b). Ciò suggerisce che le competenze legate ai cambiamenti di scala e di unità di misura non siano ancora consolidate a livello di biennio.

**AMBITO PREVALENTE:** Relazioni e Funzioni

### PROCESSO PREVALENTE

**DOMANDA a:** riconoscere in contesti diversi il carattere misurabile di oggetti e fenomeni e utilizzare strumenti di misura (*individuare l'unità o lo strumento di misura più adatto in un dato contesto, stimare una misura,...*)

**DOMANDA b:** conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (*in ambito aritmetico, geometrico...*)

**COMPITO:** Calcolare distanze su una mappa.

### NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE

Individuare le strategie appropriate per la soluzione di problemi.

# Grazie

