

Rilevazioni INVALSI II ciclo
Dai risultati alle proposte didattiche
MATEMATICA

USR VENETO
PADOVA 23 MARZO 2012

SCALETTA DELL'INTERVENTO

1. Uno sguardo ai risultati nazionali in matematica
2. Il quadro di riferimento per la matematica
3. Le prove: costruzione e validazione
4. Punti forti e punti deboli
5. Due ambiti: Numeri, Dati e Previsioni

1. Uno sguardo ai risultati nazionali in MATEMATICA

Percentuali di risposte corrette nelle prove SNV e PN

CLASSE	ITALIANO	MATEMATICA
II primaria	69,2 (0,31)	60,3 (0,31)
V primaria	73,1 (0,20)	68,4 (0,15)
I sec. di I gr.	62,4	46,6 (0,31)
III sec. di I gr.	VENETO 53 (2,8) NORD-EST 52,3 (1,7)	56,1 (0,31)
II sec. di II gr.		47,9 (0,32)

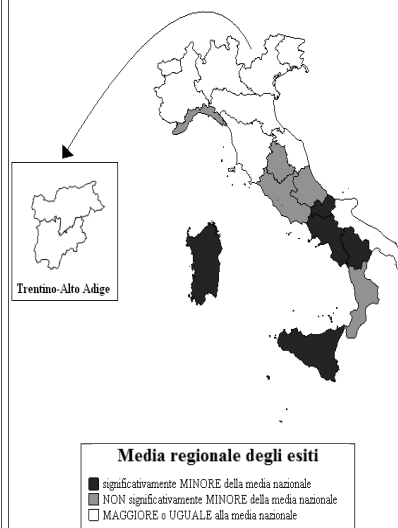
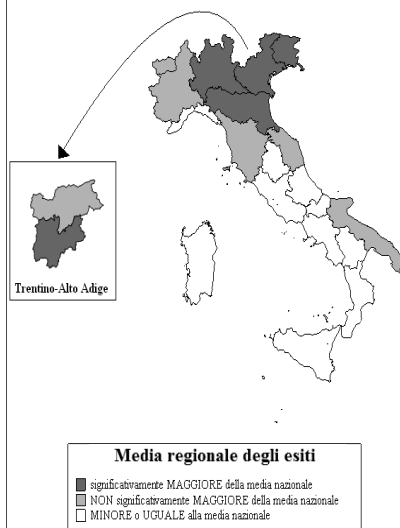
Seconda sec. di secondo grado: MATEMATICA



Liv 10: prova di MATEMATICA

Liv 10: prova di MATEMATICA

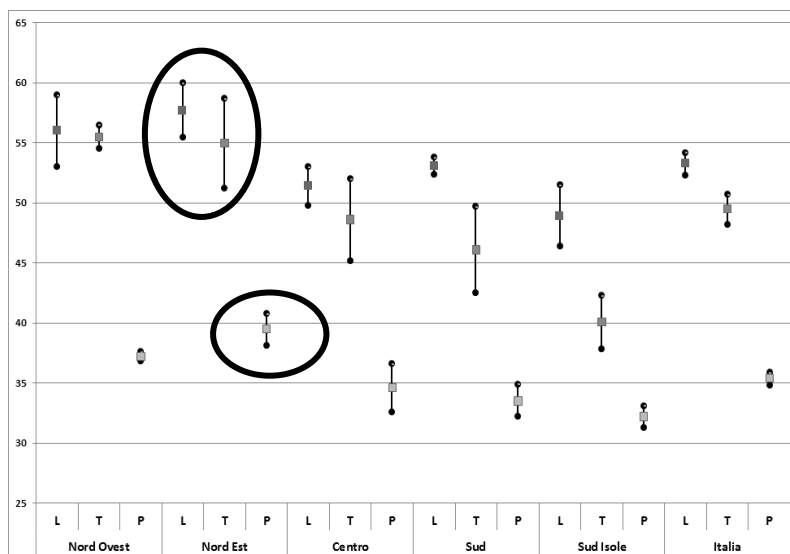
Aurelia Orlandoni Padova 23 marzo 2012

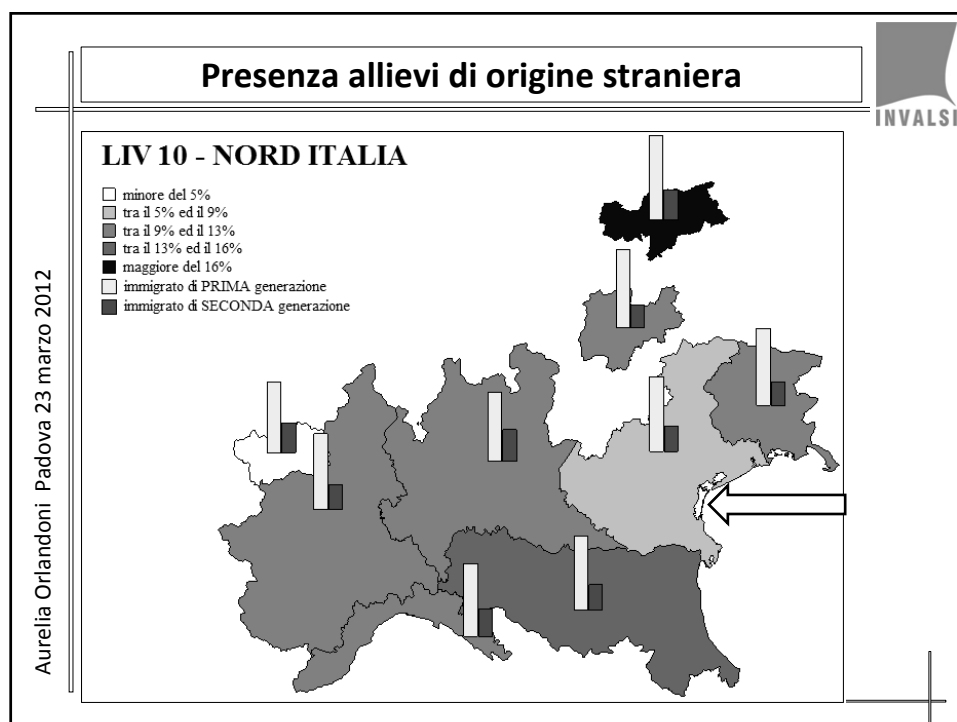
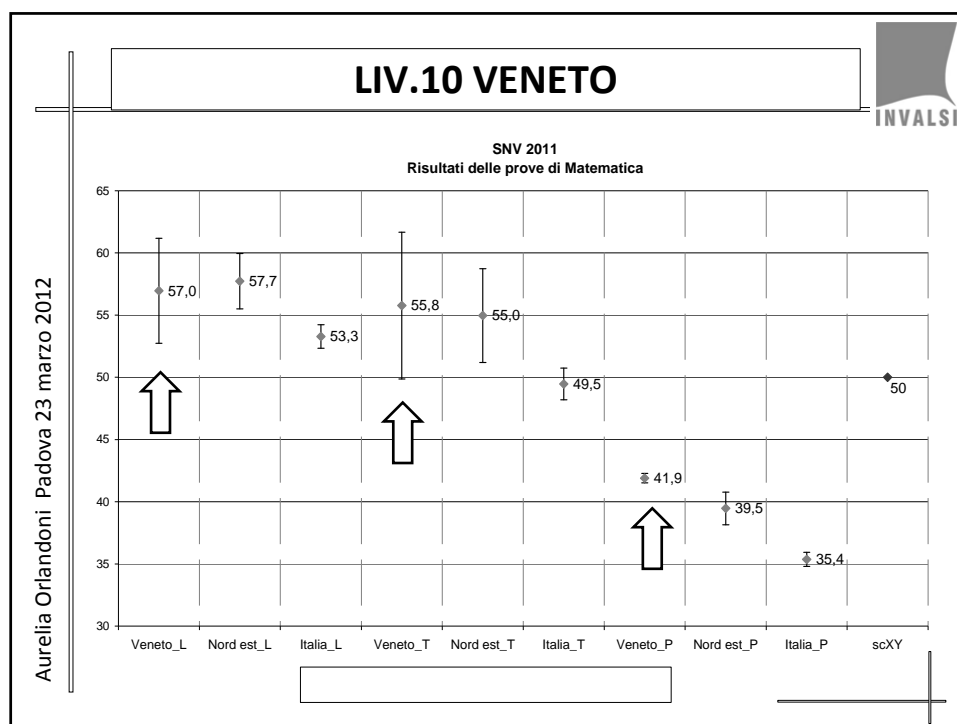


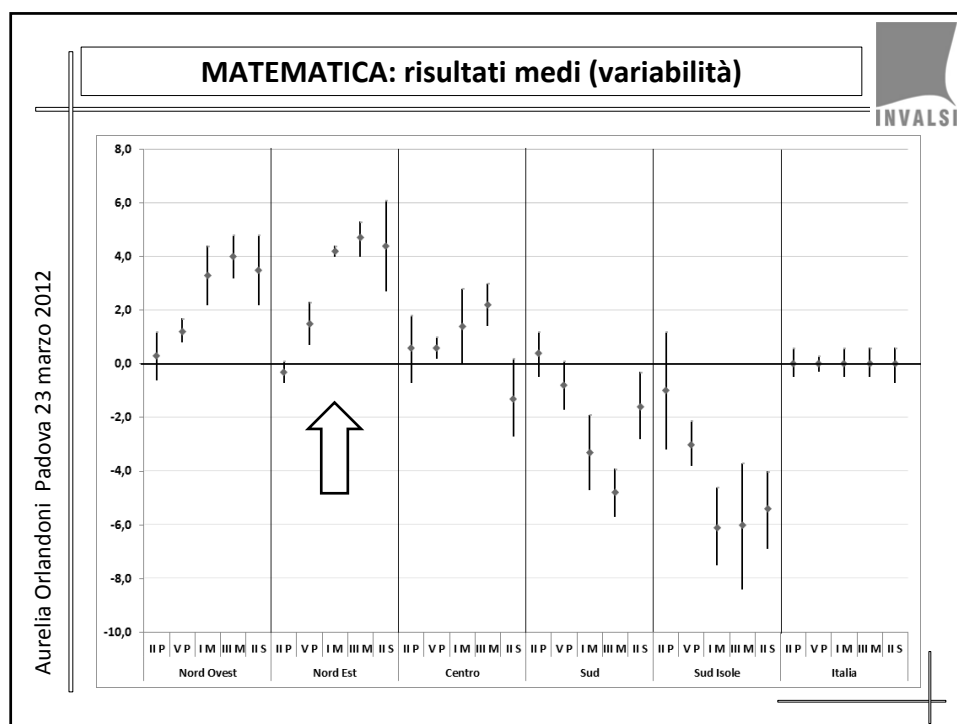
Le differenze negli indirizzi di studio (Matematica)



Aurelia Orlandoni Padova 23 marzo 2012







INVALSI

Aurelia Orlandoni Padova 23 marzo 2012

2. Il quadro di riferimento di MATEMATICA

Le rilevazioni degli apprendimenti



Aurelia Orlandoni Padova 23 marzo 2012

cosa ci dicono

- ▶ Le competenze dei nostri studenti ad es. in lettura, matematica,
- ▶ Le differenze negli apprendimenti su base territoriale (macro-aree)
- ▶ La grande varianza tra scuola e scuola a parità di condizioni

cosa non ci dicono

- ▶ I progressi compiuti dai ragazzi nel corso della loro carriera scolastica all'interno di ogni singola scuola
- ▶ I processi attivati dalle singole scuole per migliorare i livelli di apprendimento degli studenti

Il Quadro di Riferimento INVALSI



Aurelia Orlandoni Padova 23 marzo 2012

definisce
***quale* matematica viene valutata**
e
***come* viene valutata**

Il Quadro di Riferimento INVALSI



I quesiti devono quindi fare riferimento alla **matematica come strumento di pensiero** e alla **matematica come disciplina con un proprio specifico statuto epistemologico**.



- non devono valutare gli **obiettivi minimi**;
- non devono limitarsi a valutare l'apprendimento della **matematica utile**;
- non si propongono di valorizzare l'**addestramento "meccanico"** o l'**apprendimento mnemonico**;
- Devono consentire di "sgranare" gli studenti su un'ampia scala individuando sia le carenze sia le eccellenze

Aurelia Orlandoni Padova 23 marzo 2012

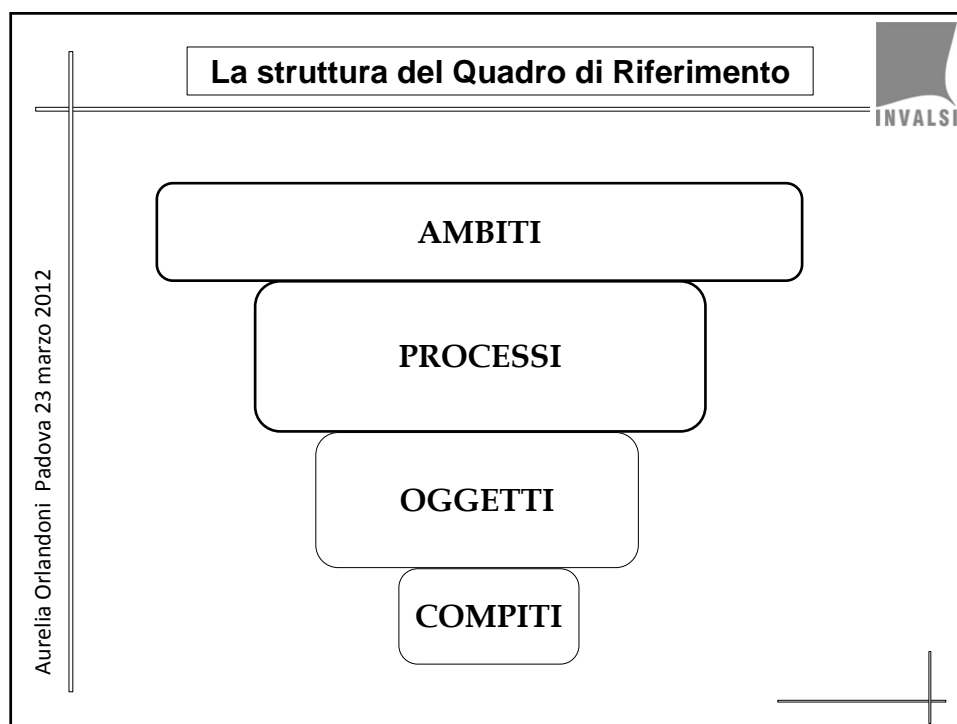
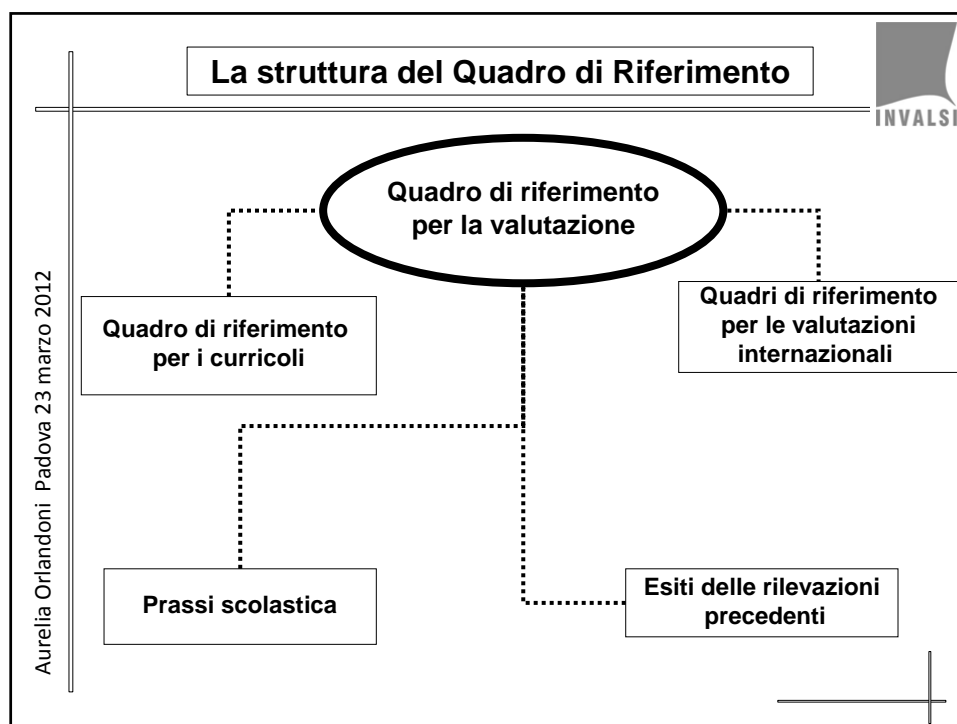
Il Quadro di Riferimento INVALSI




- E' preparato da un gruppo di lavoro composto da **insegnanti, dirigenti, ricercatori ed esperti**.
- E' un **documento aperto**, che si evolve sulla base di diversi elementi:
 - l'**esperienza** che via via si sta accumulando con le prove,
 - la **riflessione** e lo **studio** dei loro **risultati**,
 - le **osservazioni** degli **insegnanti**.

L'obiettivo è di fornire strumenti chiari ed efficaci sia per chi prepara le prove, sia per chi legge e utilizza i risultati.

Aurelia Orlandoni Padova 23 marzo 2012



Aurelia Orlandoni Padova 23 marzo 2012	GLI AMBITI				
	QdR INVALSI	Indicazioni per il curriculum	OCSE-PISA (idee chiave)	TIMSS (domini di contenuto)	
	<i>Numeri</i>	<i>Numeri</i>	<i>Quantità</i>	<i>Numero</i>	
	<i>Spazio e figure</i>	<i>Spazio e figure</i>	<i>Spazio e forma</i>	<i>Geometria</i>	
	<i>Relazioni e funzioni</i>	<i>Relazioni e funzioni</i>	<i>Cambiamenti e relazioni</i>	<i>Algebra</i>	
	<i>Dati e previsioni</i>	<i>Misure, dati e previsioni</i>	<i>Incertezza</i>	<i>Dati e caso</i>	

I processi delle prove di valutazione INVALSI

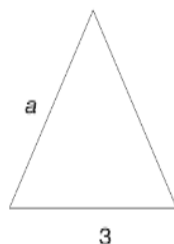
The logo of the Istituto Nazionale per lo Studio e la Cura dei Difetti di Uscita (INVALSI) is located in the top right corner. It consists of a grey square with the word "INVALSI" in white capital letters.

1. Conoscere e padroneggiare **contenuti specifici** della matematica (*oggetti matematici, proprietà, strutture ...*)
2. Conoscere e padroneggiare **algoritmi e procedure** (*in ambito aritmetico, geometrico ...*)
3. Conoscere e utilizzare **diverse forme di rappresentazione** e saper passare da una all'altra (*verbale, scritta, simbolica, grafica, tabellare, ...*)
4. **Saper risolvere problemi** utilizzando gli strumenti della matematica (*individuare e collegare informazioni utili, confrontare strategie di risoluzione, individuare schemi, esporre il procedimento risolutivo, ...*)
5. Riconoscere in contesto il **carattere misurabile** di oggetti e fenomeni e saper utilizzare strumenti (*stimare una misura, individuare l'unità di misura appropriata, ...*)

6. Acquisire progressivamente **forme tipiche del pensiero matematico** (*congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...*)
7. Utilizzare la matematica appresa per il **trattamento quantitativo dell'informazione** in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (*descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno con strumenti statistici o funzioni, costruire un modello ...*)
8. Saper riconoscere le **forme nello spazio** (*riconoscere forme in diverse rappresentazioni, individuare relazioni tra forme, immagini o rappresentazioni visive, visualizzare oggetti tridimensionali a partire da una rappresentazione bidimensionale e, viceversa, rappresentare sul piano una figura solida, saper cogliere le proprietà degli oggetti e le loro relative posizioni, ...*)

Un esempio di classificazione

D22. Scrivi la formula che esprime il perimetro p del triangolo isoscele in figura in funzione di a .



$p = \dots\dots\dots$

AMBITO: Relazioni e funzioni

PROCESSO COGNITIVO:

Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra (verbale, scritta, simbolica,

OGGETTO DI VALUTAZIONE:

Rappresentazione di funzioni attraverso espressioni algebriche

COMPITO: Scrivere una formula che esprime la relazione fra lato e perimetro di un triangolo isoscele

PN ESAME DI STATO 2010

Le tipologie di quesiti



Aurelia Orlandoni Padova 23 marzo 2012

A risposta chiusa

- a risposta multipla (con quattro distrattori)
- A risposta multipla complessa (Vero-Falso)

A risposta aperta

- aperta univoca: quando la risposta corretta è una sola (ad es. il risultato di una serie di calcoli).
- aperta articolata: quando la risposta corretta richiede un minimo di spiegazione (ad esempio spiegare o giustificare un procedimento).



Aurelia Orlandoni Padova 23 marzo 2012

3. Le prove: costruzione e validazione

Gli autori delle prove



- La costruzione delle prove oggettive standardizzate richiede un grosso sforzo per individuare le domande più adeguate sia in termini di rispondenza al QdR sia rispetto alla formulazione e alla capacità misuratoria dal punto di vista tecnico-statistico.
- Per realizzare il difficile compito di reperire un grosso numero di domande di elevata qualità, l'INVALSI si avvale della fondamentale collaborazione di oltre 200 docenti ed esperti provenienti dal mondo della scuola.
- La decisione dell'INVALSI di rivolgersi ad una così ampia platea di docenti ed esperti si è rivelata strategica poiché si è dimostrato che solo chi opera direttamente nel mondo della scuola è in grado di formulare domande adeguate e significative.

Gli autori delle prove (2009-2010)



Autunno 2008 - lettera alle Associazioni (Mathesis, Animat, NRD,...)

Febbraio 2009 - seminario insegnanti:

- Quadro di Riferimento
- Guida operativa

Aprile 2009: domande arrivate

	N	SF	RF	MDP	TOT
2 elementare	98	30		30	158
5 elementare	113	77	17	64	271
3 media	86	143	69	57	355

Totale 784

Gli autori delle prove (2010-2011)



➤ **Febbraio 2010**- seminario insegnanti (I e II ciclo)

➤ **Giugno 2010** -le domande arrivate:

	N	SF	RF	MDP	TOT
2 elementare	60	21	2	35	118
5 elementare	109	78	22	47	256
3 media	101	155	116	72	444
2 superiore	202	314	287	141	944

Totale 1762

Aurelia Orlandoni Padova 23 marzo 2012

La costruzione di un fascicolo di Matematica



Produzione delle domande

Selezione e
classificazione

Costruzione dei
fascicoli per il pre-
test

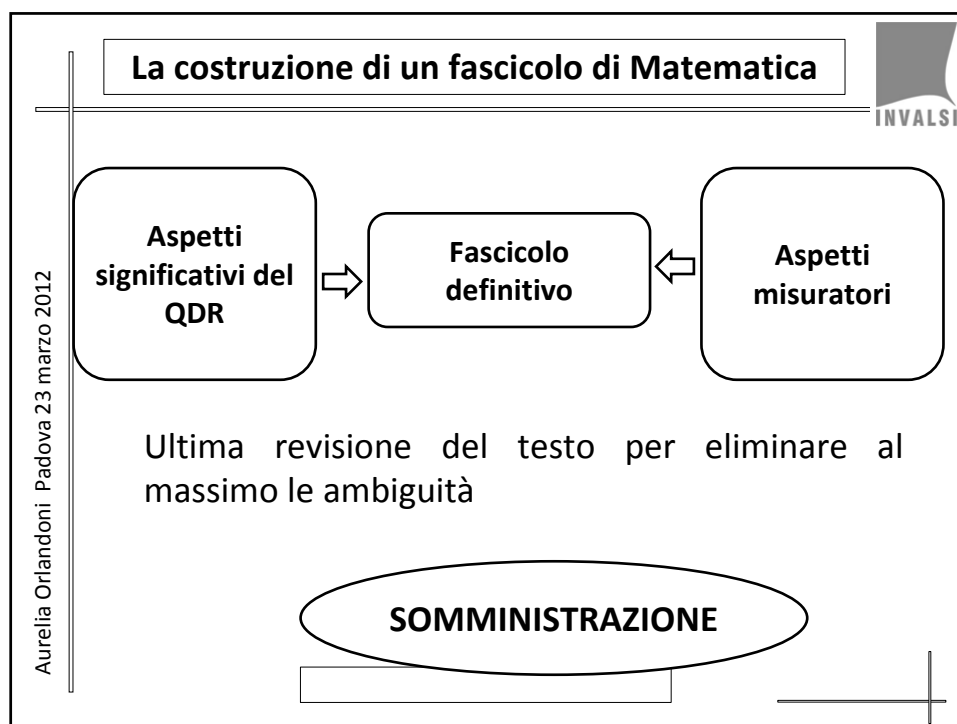
Prova sul
campo

Analisi statistica

Analisi didattica

Fascicolo
definitivo

Aurelia Orlandoni Padova 23 marzo 2012



Un esempio di quesito: dal produttore al consumatore!

Quesito originale proposto dagli autori

PAUSA CAFFÈ

Lo scontrino riporta il prezzo che ho pagato per due caffè al bar.

**Proposto per la
II superiore**

Nel prezzo di 1,70 € è compreso il costo base dei due
10%: come posso fare per sapere quanto ho pagato di

A) $IVA = \frac{1,70 \cdot 100}{110}$

B) $IVA = \frac{1,70 \cdot 10}{110}$

C) Non posso sapere quanto ho pagato di IVA se non è scritto sullo scontrino

D) Devo risolvere l'equazione $1,70 - 10x = x$

E) $IVA = \frac{1,70 \cdot 100}{90}$

Non è specificato
cosa rappresenta la
 x

è scritto sullo

Quesito proposto nel la Prova sul campo

- Per l'acquisto di un computer sono stati spesi 420 €. Il prezzo è composto dal costo base più l'IVA, pari al 20% del costo base. Quanto è stato pagato di IVA?
- Risposta:50..... euro

Risposte corrette
6,7%

Quesito nel fascicolo definitivo

D25. Per l'acquisto di un computer sono stati spesi 300 euro. Il prezzo è composto dal costo base più l'IVA, pari al 20% del costo base. Quanto è stato pagato di IVA?

Risposta: euro

Risposte
corrette 12,2%

**4. Punti forti e punti deboli**

Aspetti positivi



- Tutte le domande che riguardano la lettura e l'interpretazione di **grafici, tabelle** o entrambe ottengono buone percentuali di risposte corrette (oltre il 60%);
- Le **rappresentazioni geometriche** sono in genere correttamente interpretate (oltre il 50%)

Aspetti critici



- Domande che richiedono **competenze di calcolo** sono tra le più basse del fascicolo (circa 12%) e questo a fronte del tempo dedicato alla scuola secondaria alle attività di calcolo numerico e algebrico.
- Il **calcolo simbolico** sembra essere un campo sintattico non comunicante con gli oggetti numerici. Nostri studenti non sono in grado di **usare l'algebra come strumento di pensiero**
- Le domande che richiedono una **stima numerica**, un'**approssimazione** un **ordine di grandezza** sono un'altra criticità. Ci dicono che bisogna prestare attenzione al **senso del numero** cioè alla capacità di controllare un risultato in base all'ordine di grandezza.
- Difficoltà a utilizzare il linguaggio matematico per esprimere relazioni fra grandezze. Semplici **modelli lineari**.

Aspetti critici: le omissioni



- Nelle domande **a scelta multipla** le omissioni sono basse
- Nelle domande **a risposta aperta** il tasso di omissioni è decisamente alto, in particolare nelle domande a risposta **aperta articolata** dove abbiamo punte del 38% (D4) o del 43% (D23b)

Aurelia Orlandoni Padova 23 marzo 2012



Le omissioni: un confronto



Liv.	risposta multipla		risposta aperta	
	2010 Media	2011 Media	2010 Media	2011 Media
Liv. 2	4,5%	1,92%	10,05%	6,46%
Liv. 5	2%	0,87%	6,78%	4,21%
Liv. 6	3,05%	1,72%	11,94%	7,41%
Liv. 8	1,95%	1,99%	18,85%	8,78%
Liv. 10	/	4,95%	/	21,37%

Aurelia Orlandoni Padova 23 marzo 2012

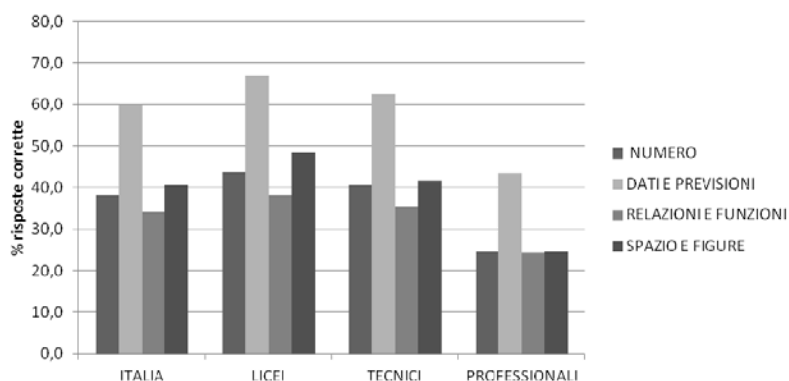
Una riflessione



Colpisce il fatto che l'andamento dei risultati nei diversi ambiti **non si diversifica** se si scorporano i dati per area geografica o per tipologia di istituto

Aurelia Orlandoni Padova 23 marzo 2012

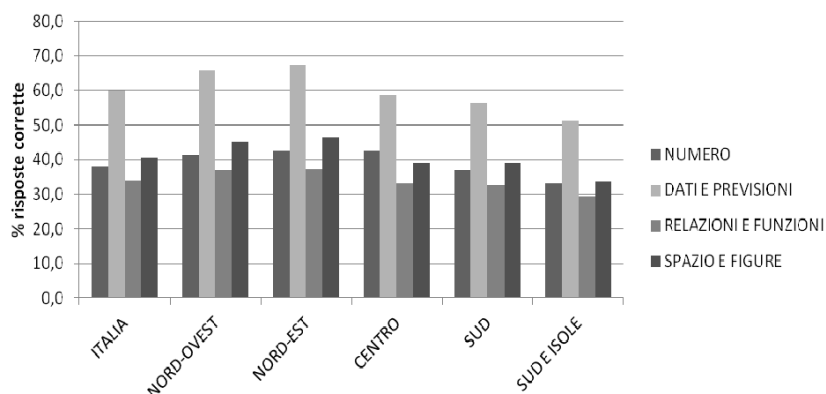
Domande a scelta multipla e a risposta univoca



Per area geografica



Domande a scelta multipla e a risposta univoca



Aurelia Orlandoni Padova 23 marzo 2012

http://www.invalsi.it/snv2012/documenti/Quaderni/Quaderni_SNV_N1_MAT.pdf

5. Ambiti: Numeri , Dati e previsioni

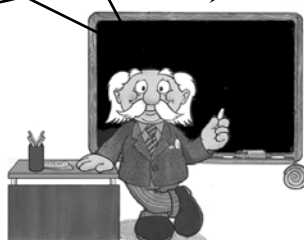


Aurelia Orlandoni Padova 23 marzo 2012

1 2 3 4 5

6 7 8 9 0

$- + \times = / \%$



Dalle Indicazioni Nazionali: Numeri



Aurelia Orlandoni Padova 23 marzo 2012

Aritmetica e algebra

Il primo biennio sarà dedicato al passaggio dal calcolo aritmetico a quello algebrico. Lo studente svilupperà le sue capacità nel calcolo (mentale, con carta e penna, mediante **strumenti**) con i numeri interi, con i numeri razionali sia nella scrittura come **frazione** che nella **rappresentazione decimale**.

[...]

Lo studente apprenderà gli **elementi di base** del **calcolo letterale**, le proprietà dei polinomi e le più **semplici** operazioni tra di essi.

[...]

Lo studente acquisirà la capacità di eseguire calcoli con le espressioni letterali sia per **rappresentare un problema** (mediante un'equazione, disequazioni o sistemi) e risolverlo, sia per **dimostrare risultati generali**, in particolare in aritmetica.

Dai Curricoli UMI 2003



Aurelia Orlandoni Padova 23 marzo 2012

Le competenze che si acquisiscono all'interno del nucleo sono legate ai **molti approcci** (ordinale, cardinale,...) e **significati** di numero che si incontrano nelle esperienze solastiche ed extrascolastiche

[...]

L'approccio consigliato è quello di fare **inizialmente esperienze reali**, legate ai problemi quotidiani.

[...]

È opportuno che lo studente si abitui a **congetture argomentazioni** in vari settori: per esempio è utile proporre lo studio di alcune **proprietà dei numeri naturali** o delle regole del calcolo algebrico, o anche del calcolo aritmetico (operazioni con le frazioni) come **problema** di cui trovare le soluzioni.



SNV 2011 Liv. 10 (II sec. di II grado)



Aurelia Orlandoni Padova 23 marzo 2012

D4. Considera l'affermazione: "Per ogni numero naturale n , $2^n + 1$ è un numero primo".
Mostra con un esempio che l'affermazione è falsa.

per mostrare che l'affermazione è falsa, basta fornire un solo esempio in cui un numero naturale n è tale che $2^n + 1$ non è un numero primo. Tale esempio viene detto *controesempio*,.....

Se scegliamo $n=3$, si ottiene $2^3+1=9$, che non è un numero primo.

Analogamente con $n=5$ si ottiene $2^5+1=33$, che non è primo; oppure con $n=6$ si ottiene $2^6+1=65$, che non è primo, ecc.

Naturalmente è sufficiente fornire un solo controesempio.

Item	Mancata risposta	OPZIONI	
		Errata	Corretta
D4	38,9	18,3	42,8

licei	25,9	17	57,1
tecnici	36,1	20,5	43,4
professionali	67,4	17,7	14,9

SNV 2011 Liv. 10
(II sec. di II grado)



Aurelia Orlandoni Padova 23 marzo 2012

COMMENTO

Il numero di risposte mancanti è rilevante: quasi il 40% non fornisce alcuna risposta a questa domanda. Fra gli studenti che rispondono 2 su 3 circa danno una risposta corretta.
Per molti studenti l'affermazione è vera in alcuni casi e falsa in altri, perché perdono di vista il quantificatore universale e il suo ruolo strategico nella determinazione della valutazione di verità della proposizione, prestando solo attenzione alla proposizione aperta $2^n + 1$ è primo. Per i diversi valori di n che uno studente può facilmente provare ($n = 0$; $n = 1$; $n = 2$; $n = 4$), $2^n + 1$ è un numero primo. Ciò è sufficiente per concludere che l'affermazione non è falsa, almeno non sempre. Il quesito rischia quindi di non avere senso per molti studenti

AMBITO PREVALENTE: Numeri

PROCESSO PREVALENTE: Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (*congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare,...*)

COMPITO: Eseguire una dimostrazione numerica per controesempio. Saper elevare a potenza numeri naturali, numeri interi e frazioni

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE: Utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico

SNV 2011 Liv. 10
(II sec. di II grado)



Aurelia Orlandoni Padova 23 marzo 2012

D10. Qual è la metà del numero $\left(\frac{1}{2}\right)^{50}$?

- ☐ A. $\left(\frac{1}{4}\right)^{50}$
☐ B. $\left(\frac{1}{2}\right)^{25}$
☐ C. $\left(\frac{1}{2}\right)^{51}$
☐ D. $\left(\frac{1}{2}\right)^{49}$

Item	Mancata risposta	OPZIONI			
		A	B	C	D
D10	1,0	19,8	59,2	12,1	8,0

**SNV 2011 Liv. 10
(II sec. di II grado)**



Aurelia Orlandoni Padova 23 marzo 2012

COMMENTO

La percentuale di risposte corrette è una delle più basse dell'intero fascicolo. Si tratta di un argomento tipico della prassi didattica della scuola secondaria di primo grado e della prima fase del primo anno di scuola secondaria di secondo grado: non stupisce quindi che la percentuale di risposte non date sia trascurabile. Invece l'elevatissima percentuale di risposte errate conferma quanto è noto alla ricerca didattica e cioè la difficoltà a lavorare simbolicamente con le potenze e, in particolare, con le potenze di numeri razionali. Gli studenti sembrano perdere il senso di quello che fanno, perché non riescono a trovare (o non cercano) strumenti di controllo. Questa impressione è confermata dall'alta percentuale di scelta dell'opzione a), in cui invece che il numero è stato diviso per 2 il suo esponente. I distrattori corrispondono a errori tipici nel calcolo con le potenze di un numero.

AMBITO PREVALENTE: Numeri

PROCESSO PREVALENTE: Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (*oggetti matematici, proprietà, strutture...*)

COMPITO: Trasformare la metà di un numero in moltiplicazione per $1/2$

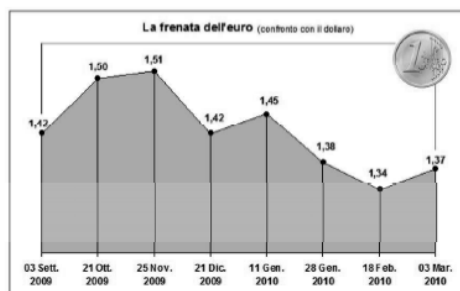
NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE Utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico ed algebrico

**SNV 2011 Liv. 10
(II sec. di II grado)**



Aurelia Orlandoni Padova 23 marzo 2012

D20. Il grafico rappresenta l'andamento del cambio euro-dollaro nel periodo 3 settembre 2009 - 3 marzo 2010.



**Differenze di poco
più di 1% fra
tipologie di istituti**

a. In base al grafico in quale periodo mi sarebbe convenuto cambiare i miei euro in dollari per andare negli Stati Uniti?

- ☐ A. Dal 3 settembre al 21 ottobre 2009
- ☐ B. Dal 21 ottobre al 25 novembre del 2009
- ☐ C. Dall'11 gennaio al 28 gennaio 2010
- ☐ D. Dal 18 febbraio al 3 marzo 2010

Item	Mancata risposta	OPZIONI			
		A	B	C	D
D20_a	4,8	4,2	68,0	4,8	18,2

**SNV 2011 Liv. 10
(II sec. di II grado)**



Aurelia Orlandoni Padova 23 marzo 2012

b. Giustifica la tua risposta.

una qualunque risposta che affermi che conviene cambiare gli euro in dollari nel periodo di maggiore apprezzamento dell'euro rispetto al dollaro. Per esempio: "perché dal 21 Ottobre al 25 Novembre l'euro mantiene una valutazione (rispetto al dollaro) superiore a quella raggiunta in tutti gli altri periodi".

c. Se Maria il 18 febbraio 2010 cambia 1 000 euro in dollari, quanti dollari riceve in cambio?

Risposta:1.340..... dollari

d. Sempre lo stesso giorno (18 febbraio), quanti euro deve cambiare Maria per avere 1 000 dollari?

Risposta:746,27..... euro

**Differenze piccole
fra licei e tecnici,
ma grandi con
professionali**

Item	Mancata risposta	OPZIONI	
		Errata	Corretta
D20_b	25,7	25,6	48,7
D20_c	22,4	23,4	54,2
D20_d	29,4	33,7	36,9

**SNV 2011 Liv. 10
(II sec. di II grado)**



Aurelia Orlandoni Padova 23 marzo 2012

D22. Il polinomio $x^4 - 16$ è divisibile per

☐ A. $x^2 - 8$

☐ B. $x - 4$

☐ C. $x + 2$

☐ D. $(x - 2)^2$

Item	Mancata risposta	OPZIONI			
		A	B	C	D
D22	3,1	42,3	19,7	21,1	13,8

Licei	3,2	35,2	19,4	28,2	14,0
Tecnici	2,5	43,8	20,7	19,1	13,9
Professionali	3,7	53,7	18,7	10,6	13,3

**SNV 2011 Liv. 10
(II sec. di II grado)**



COMMENTO

Per rispondere alla domanda lo studente deve conoscere il concetto di divisibilità fra due polinomi. Può procedere direttamente con l'operazione di divisione, oppure utilizzare le tecniche di scomposizione in fattori. È sorprendente che una domanda relativa a un argomento ampiamente trattato nelle attività del biennio delle scuole secondarie di secondo grado abbia ottenuto una percentuale di risposte esatte così bassa (solo 1 studente su 4 risponde correttamente). È vero che in genere l'argomento viene trattato nel primo anno di corso, ma il numero di esercitazioni in genere svolte e assegnate (anche come verifiche) sull'argomento avrebbe dovuto assicurare una prestazione migliore. Sembra quasi che gli studenti abbiano dimenticato, dopo un anno di lavoro su altri argomenti di algebra, un teorema che è fondamentale nel percorso del primo anno e che sta alla base della teoria delle equazioni. Ciò dovrebbe indurre a una riflessione sull'opportunità di certe scelte e prassi didattiche.

AMBITO PREVALENTE: Numeri

PROCESSO PREVALENTE : Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (*oggetti matematici, proprietà, strutture...*)

COMPITO: Conoscere i prodotti notevoli (differenza tra quadrati) e la scomposizione in fattori di un polinomio

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE: Utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo algebrico.

**SNV 2011 Liv. 10
(II sec. di II grado)**

D23. Le dimensioni di una piazza rettangolare di una grande città sono circa $620 \text{ m} \times 120 \text{ m}$. Le stime comparse sui giornali sul numero di partecipanti a una manifestazione che ha riempito la piazza variano da 100 000 a oltre 1 000 000.

a. Sapendo che diverse fotografie scattate durante la manifestazione evidenziano una densità di circa 4 persone al metro quadro, che cosa si può concludere circa l'effettivo numero dei partecipanti?

- ☐ A. Le stime dei giornali sono tutte errate perché dalle informazioni disponibili i partecipanti non potevano essere più di 20 000.
- ☐ B. Una stima ragionevole è di circa 300 000 partecipanti.
- ☐ C. Ha ragione chi ha parlato di più di un milione di partecipanti.
- ☐ D. La piazza non può contenere molte persone più di uno stadio, quindi c'erano meno di 150 000 partecipanti.

b. Mostra i calcoli che hai fatto per trovare la risposta.

Domanda 23 b:

$$4 \cdot 74400 = 297600$$

oppure

$$4 = x / (620 \cdot 120), \text{ da cui } x = 4 \cdot 74400$$

$$x = 297600$$

oppure

$$(620 \cdot 120) : 4 = 297600$$

	A	B	C	D
D23a	18,9	46,3	7,1	10
	Omissioni		Errata	Corretta
D23b	43,6		72,5	12,2

**SNV 2011 Liv. 10
(II sec. di II grado)**



COMMENTO

Le opzioni A e C rievocano le stime assai differenti, effettuate da soggetti diversi, che spesso compaiono sui quotidiani. L'opzione D si basa su un assunto apparentemente ragionevole, ma che non è contenuto nel testo della domanda e che non vale in generale. Il numero consistente di mancate risposte all'item D23_a e quello relativamente elevato di mancate risposte all'item D23_b conferma la difficoltà degli studenti italiani a lavorare con gli ordini di grandezza e le stime numeriche. Sembra che la prassi didattica italiana abbia poco effetto su quell'importante competenza nota come *senso del numero*, ossia la capacità di effettuare stime con calcoli rapidi, anche mentali e utilizzarle come strumento di controllo in alcuni problemi di manipolazione simbolica, soprattutto agli inizi, quando si è inesperti con il calcolo simbolico. È però confortante notare che quasi la metà degli studenti risponde correttamente e circa i tre quarti di questi studenti sono in grado di motivare la risposta.

AMBITO PREVALENTE: Numeri

PROCESSO PREVALENTE: Riconoscere in contesti diversi il carattere misurabile di oggetti e fenomeni e utilizzare strumenti di misura (*individuare l'unità o lo strumento di misura più adatto in un dato contesto, stimare il risultato di una misura,...*)

COMPITO: Effettuare calcoli approssimati e stime di grandezze.

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE: Analizzare dati e interpretarli sviluppando deduzioni e ragionamenti sugli stessi, usando consapevolmente gli strumenti di calcolo.

Per rispondere alla domanda lo studente deve essere in grado di effettuare stime numeriche e di conoscere le relazioni tra numerosità di una popolazione, area del territorio su cui si distribuisce e densità di quella popolazione relativa a quel territorio.

Dalle Indicazioni Nazionali: Dati e previsioni



Lo studente sarà in grado di **rappresentare e analizzare** in diversi modi (anche utilizzando **strumenti informatici**) un insieme di dati, **scegliendo le rappresentazioni più idonee**. Saprà distinguere tra caratteri qualitativi, quantitativi discreti e quantitativi continui, operare con distribuzioni di frequenze e rappresentarle.

[...]

Lo studente apprenderà la nozione di **probabilità**, con esempi tratti da contesti **classici** e con l'introduzione di nozioni di **statistica**.

[...]

Lo studente studierà alcuni esempi di **modelli matematici** in diversi ambiti, apprenderà a descriverne le caratteristiche principali e distinguerne gli aspetti specifici.

Dai Curricoli UMI 2003



Aurelia Orlandoni Padova 23 marzo 2012

La vita quotidiana e le proposte dei mezzi di comunicazione offrono sempre più l'**opportunità di motivare gli studenti ad affrontare temi di statistica e di probabilità**

[...]

La **statistica** e la **probabilità** sono un valido aiuto per il cittadino e promuovono l'acquisizione di abilità utili nella vita quotidiana solo se aiutano a comprendere la realtà ed in particolare la **variabilità dei fenomeni**.

[...]

Lo **studio della variabilità** non è però fine a se stesso, ma ha uno **scopo interpretativo**

SNV 2011 Liv. 10 (II sec. di II grado)



Aurelia Orlandoni Padova 23 marzo 2012

D2. La corriera passa alle 6:30 alla fermata dove sale Giorgio. Nel 40% dei casi è in orario, nel 50% dei casi ha un ritardo di 5 minuti e nei rimanenti casi ha un ritardo di 10 minuti. Se Giorgio arriva alla fermata alle 6:34, che probabilità ha di prendere la corriera?

- ☐ A. 10%
- ☐ B. 40%
- ☐ C. 50%
- ☐ D. 60%

Item	Mancata risposta	OPZIONI			
		A	B	C	D
D2	1,7	16,1	11,9	25,5	44,8

La risposta corretta richiedeva un'attenta lettura del testo. Fra i tre distrattori, ossia le opzioni a), b) e c), che riportano, rispettivamente i numeri 10, 40 e 50 che compaiono nel testo del quesito, gli studenti sono stati particolarmente attratti dall'opzione c). Non è strano, visto che si tratta della percentuale di casi in cui la corriera arriva in ritardo e che una lettura superficiale o affrettata può portare a identificare il ritardo come causa del perdere la corriera. In ogni caso la risposta corretta è quella che ottiene il maggior numero di scelte, una percentuale che si aggira intorno al 45%.

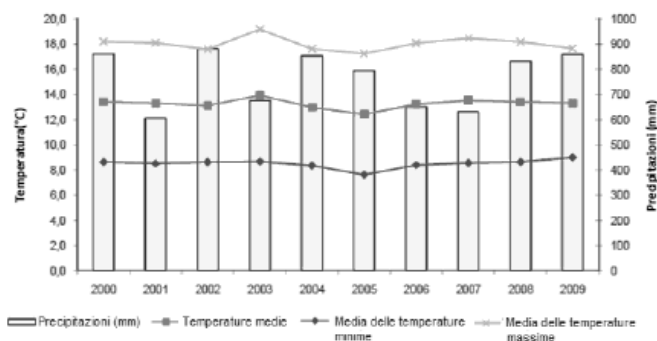
AMBITO PREVALENTE: Dati e Previsioni
PROCESSO PREVALENTE: Utilizzare la matematica appresa per il trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (*descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni,...*).
COMPITO: Calcolare la probabilità di eventi elementari

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE:
 L'argomento non è esplicitamente richiamato ma si tratta di una competenza richiesta agli studenti al termine del primo ciclo e che quindi si suppone acquisita stabilmente. In questo senso il quesito può costituire un esempio di continuità verticale.

SNV 2011 Liv. 10 (II sec. di II grado)

D12. Osserva il seguente grafico che rappresenta l'andamento delle temperature (scala a sinistra) e delle precipitazioni piovose (scala a destra) in Italia negli ultimi anni.

Figura 1. Media annua della temperatura media, massima e minima giornaliera e precipitazioni totali annue in Italia. Anni 2000-2009 (temperatura in gradi Celsius e precipitazioni in millimetri)



SNV 2011 Liv. 10 - (II sec. di II grado)				
Indica per ciascuna delle seguenti affermazioni se è vera o falsa o se non si può ricavare dal grafico (metti una crocetta per ciascuna riga).				
		Vero	Falso	Non si può ricavare
a.	Nel decennio 2000-2009 la temperatura media annua è risultata più alta di 0,8 gradi rispetto al periodo 1971-2000	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b.	L'anno 2003 è quello in cui si è registrato il più alto valore per la media delle temperature massime	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c.	L'anno 2005 è quello in cui si è registrato il più alto valore per la media delle temperature minime	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d.	L'anno in cui la media delle temperature massime è stata più alta è anche quello in cui le precipitazioni sono state minori	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e.	L'anno 2005 è quello in cui c'è stato il giorno più freddo	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
f.	Il 2004 è stato l'anno più piovoso	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Item		OPZIONI		
	Mancata risposta	Vero	Falso	Non si ricava
D12_a	2,6	7,5	4,6	85,3
D12_b	1,8	81,5	15,8	0,9
D12_c	2,1	36,6	59,6	1,8
D12_d	3,1	12,2	76,1	8,6
D12_e	2,7	39,8	13,7	43,9
D12_f	2,4	7,7	82,4	7,5

SNV 2011 Liv. 10 (II sec. di II grado)	
Aurelia Orlandoni Padova 23 marzo 2012	<p>COMMENTO</p> <p>Gli studenti dimostrano, mediamente, buone competenze nella lettura di un grafico relativamente complesso: la doppia scala verticale (con indicazione a sinistra delle temperature e a destra delle precipitazioni) riferita a una stessa scala temporale, l'uso di rettangoli per indicare l'andamento delle precipitazioni e delle più classiche spezzate per indicare l'andamento delle temperature, il riferimento a tre grafici di temperatura (media, media delle minime e media delle massime) rende non banale la lettura del diagramma.</p> <p>Le minori percentuali di risposte corrette sono state registrate per gli item 12_c e 12_e. Nel caso del 12_c può esserci stata un'interferenza tra i termini "più alto" e "minime" nella richiesta ("il più alto valore nella media delle temperature minime"). Nell'item 12_e molti studenti, dall'informazione che il 2005 è stato l'anno in cui è stata più bassa la media delle temperature minime, hanno concluso, in modo scorretto, che in quell'anno si è avuto il giorno più freddo.</p>
	<p>AMBITO PREVALENTE: Dati e Previsioni</p> <p>PROCESSO PREVALENTE: Utilizzare la matematica appresa per il trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (<i>descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni, ...</i>).</p> <p>COMPITO: leggere e comprendere un grafico</p> <p>NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE: Analizzare dati e interpretarli sviluppando deduzioni e ragionamenti sugli stessi anche con l'ausilio di rappresentazioni grafiche.</p>

**SNV 2011 Liv. 10
(II sec. di II grado)**



D19. La seguente tabella riporta il peso alla nascita, suddiviso in 4 classi, di 30 neonati:

Classi di peso (in kg)	Numero neonati
Da 1 kg e fino a 2 kg	7
Più di 2 kg e fino a 3 kg	8
Più di 3 kg e fino a 4 kg	12
Più di 4 kg e fino a 5 kg	3

Quale delle seguenti espressioni devi usare per trovare il peso medio dei 30 neonati?

- ☐ A. $\frac{1,5+2,5+3,5+4,5}{30}$
- ☐ B. $\frac{7+8+12+3}{4}$
- ☐ C. $\frac{1,5 \cdot 7 + 2,5 \cdot 8 + 3,5 \cdot 12 + 4,5 \cdot 3}{30}$
- ☐ D. $\frac{1,5 \cdot 7 + 2,5 \cdot 8 + 3,5 \cdot 12 + 4,5 \cdot 3}{4}$

Item	Mancata risposta	OPZIONI			
		A	B	C	D
D19	2,6	14,7	14,5	59,4	8,8

Aurelia Orlandoni Padova 23 marzo 2012

**SNV 2011 Liv. 10
(II sec. di II grado)**



COMMENTO

Per rispondere lo studente deve calcolare la media di una grandezza quantitativa continua di cui è nota la distribuzione di frequenza rispetto a una suddivisione in classi di uguale ampiezza.

L'opzione A non tiene conto della frequenza assoluta relativa a ogni classe; la risposta B non prende in considerazione i valori della variabile di cui si vuole la media, ma le frequenze delle varie classi; la risposta D non tiene conto del numero totale di neonati su cui è stata effettuata la statistica.

È confortante che la percentuale di risposte corrette sia relativamente elevata, su una domanda che non è banale ed è significativa nell'economia dei nuovi curricula.

AMBITO PREVALENTE: Dati e Previsioni

PROCESSO PREVALENTE: Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (*in ambito aritmetico, geometrico...*)

COMPITO: Riconoscere la procedura corretta di calcolo della media aritmetica ponderata

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE: Analizzare dati e interpretarli sviluppando deduzioni e ragionamenti sugli stessi

Aurelia Orlandoni Padova 23 marzo 2012

Aurelia Orlandoni Padova 23 marzo 2012



Grazie

